Шифр:

С – 11

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
физика
2018/2019
Ленинградская область

Район г. Сосновый Бор

Школа МБОУ „СОШ №2"

Класс 11 „А"

ФИО Чедилов Дмитрий Сергеевич

~~вых 1158~~ 10 9

Чистовик

С-11

№1

1	2	3	4	5	Σ
3	0	10	10	0 2	23 25

Решение:

Дано:
L
μ

Найти:
$t_и$ - ?
v_0 - ?
график $v(t)$ - ?

Неограниченность мощности двигателя говорит о том, что сила тяги автомобиля ограничена только силой трения скольжения:
$P = F_{тяги} \cdot v$, P - мощность двигателя, $F_{тяги}$ - сила тяги, v - скорость авто
P - неогр. $\Rightarrow F_{тяги}$ - неогр.
$F_{тяги} = F_{тр.}$, $F_{тр.}$ - сила трения, действующая на автомобиль. Действительно, автомобиль движется, отталкиваясь от земли при помощи силы трения; если сила тяги $F_{тяги}$ больше максимального значения $F_{тр.}$, то колеса начнут проскальзывать, что никак не поможет двигаться быстрее.

Значит, $F_{тяги} \in [0; F_{тр.max}]$, но $F_{тр.max} = \mu_i mg$, где μ_i - коэфф. трения на соответствующем участке, m - масса автомобиля.

Для первого участка: $F_{тяги_1} \in [0; \mu mg]$

Для второго: $F_{тяги_2} \in [0; 2\mu mg]$.

По второму закону Ньютона (в проекции на ось, вдоль которой движется авто)
$ma_i = F_{тяги_i}$, a_i - ускорение авто на соответствующем участке

$a_i = \frac{F_{тяги\, i}}{m}$

Для первого участка: $a_1 \in [0; \mu g]$

Для второго: $a_2 \in [0; 2\mu g]$

Очевидно, что для минимализации общего времени движения t на II участке автомобиль должен тормозить с максимально возможным ускорением $a_{2max} = 2\mu g$.

Значит, $t_2 = \frac{v_1}{2\mu g}$ (из $0 = v_1 - a_{2max} t_2$), где t_2 – время движения на II участке, v_1 – скорость авто на границе.

Для I участка: $L = \frac{v_1 + 0}{2} t_1$, t_1 – время движения на I участке.

$t_1 = \frac{2L}{v_1}$

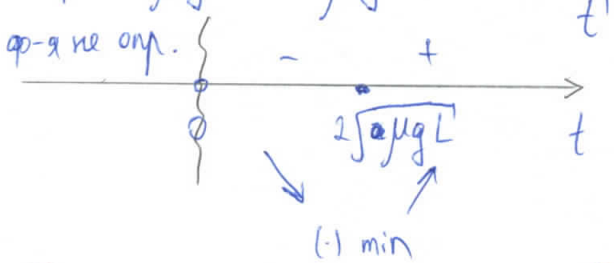
Общее время: $t = t_1 + t_2 = \frac{2L}{v_1} + \frac{v_1}{2\mu g}$ 1б

Но $L = \frac{v_1^2}{2a_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2La_1}$, значит $v_1 \in (0; \sqrt{2\mu g L}]$

Случай $v_1 = 0$ очевидно невозможен при равноускоренном движении

Итого: $t(v_1) = \frac{2L}{v_1} + \frac{v_1}{2\mu g}$ 1б, $v_1 \in (0; \sqrt{2\mu g L}]$ – необходимо найти мин. значение t. 1б

$t'(v_1) = -\frac{2L}{v_1^2} + \frac{1}{2\mu g} = \frac{v_1^2 - 4\mu g L}{2\mu g v_1^2}$



$v_1 = 2\sqrt{\mu g L}$ – точка мин., но $2\sqrt{\mu g L} > \sqrt{2\mu g L}$, значит это значение v_1 не достигается.

Очевидно, что минимальное значение t получится при максимально возможном v_1, т.е. при $v_1 = \sqrt{2\mu g L}$.

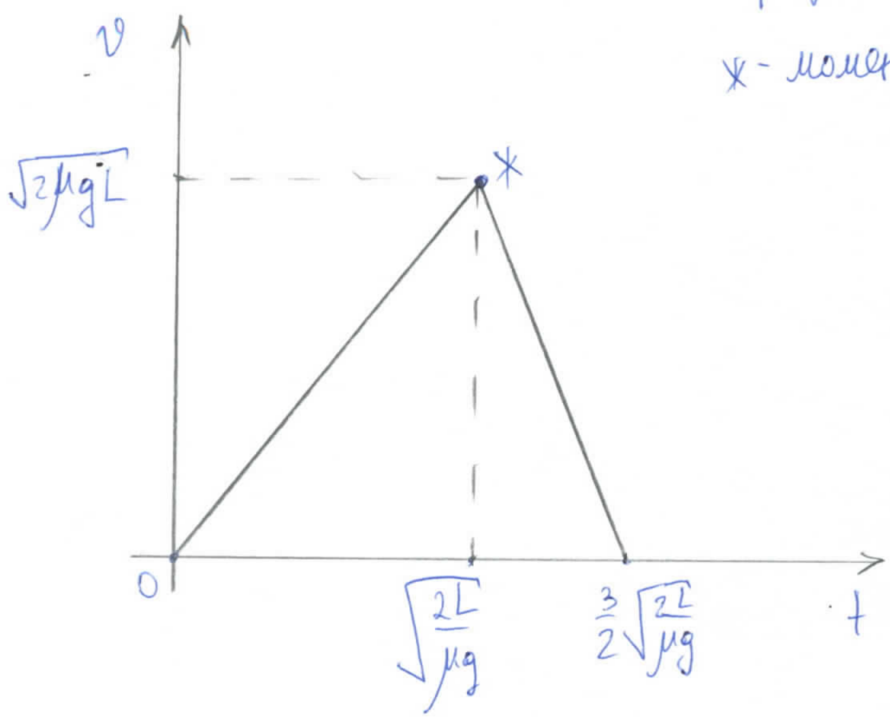
$t_{min}(v_1) = t(\sqrt{2\mu g L}) = \frac{2L}{\sqrt{2\mu g L}} + \frac{\sqrt{2\mu g L}}{2\mu g} = \sqrt{\frac{L}{\mu g}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}$

Значит, $t_u = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}$

$v_0 = \sqrt{2\mu g L}$.

График строится по 3 точкам: $(0;0)$, $\left(\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}; \sqrt{2\mu g L}\right)$ и $\left(0; \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}\right)$:

$*$ - момент прохождения границы



Примечание: решение приведено только для случая, когда авто движется на обоих участках равноускоренно. Что же в остальных случаях? Очевидно, что на II участке при других видах движения время t увеличится, а I участок всегда можно охарактеризовать средним ускорением $a_{ср} = \frac{v_1}{t_1}$ (и рассматривать это движение как равноускоренное), которое при остальных видах движения будет меньше, чем $\sqrt{\mu g}$, а значит и v_1 будет меньше $\sqrt{2\mu g L}$, следовательно время $t > \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}$, что не соответствует минимальному времени.

35

Ответ: $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}$; $\sqrt{2\mu g L}$; см. выше.

№3

Дано:
ΔT
ΔT_2 - ?
Q - ?
$\nu = 1$ моль

Решение:

Закон Менделеева-Клапейрона для л.г. в начале:
$pV = \nu RT$ (1), где p - давл. в л.г. в нач. момент, V - объем л.г. в начальный момент, $\nu = 1$ моль, T - температура газа в л.г. в нач. момент.

Закон Менделеева-Клапейрона для л.г. в конце:

$(p+\Delta p)(V+\Delta V) = \nu R(T+\Delta T)$ (2), где Δp – изменени давл. в л. г., ΔV – изменение объема л. г.

Вычтем из (2) (1):

$pV + p\Delta V + \Delta p V + \Delta p \Delta V - pV = \nu RT + \nu R \Delta T - \nu RT$

$p\Delta V + \Delta p V + \Delta p \Delta V = \nu R \Delta T$

Величиной $\Delta p \Delta V$ пренебрегаем из-за второго порядка малости по сравнению с остальными.

$p\Delta V + \Delta p V = \nu R \Delta T$ (3)

Делая аналогичные действия для п. г., получим:

$-p\Delta V + \Delta p V = \nu R \Delta T_2$ (4); давление и объем в нач. момент для л. и п. г. одинаковые, т.к. поршень в начале покоится и температуры в начале одинаковые; изменение объема п. г. равно минус изменению объема л. г., т.к. общий объем не меняется; изменения давлений одинаковы, т.к. в конце поршень покоится, а значит и давления в конце одинаковые, но и в начале они были одинаковыми.

Вычтем из (3) (4):

$2p\Delta V = \nu R(\Delta T - \Delta T_2)$ (5)

Запишем I начало термодинамики для п. г.:

$0 = A_п + \Delta U_п$

$A_п = -p\Delta V$

$\Delta U_п = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2$ (газ – одноатомный)

$0 = -p\Delta V + \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2$

$p\Delta V = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2$ (6)

Подставим (6) в (5):

$3\nu R\Delta T_2 = \nu R(\Delta T - \Delta T_2)$

$3\Delta T_2 = \Delta T - \Delta T_2$

$4\Delta T_2 = \Delta T$

$\boxed{\Delta T_2 = \frac{\Delta T}{4}}$ (7) +

I начало термодинамики для 1. г.:

$Q = A_1 + \Delta U_1$

$A_1 = p\Delta V$

$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$Q = p\Delta V + \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

Подставим (6) с учетом (7):

$Q = \frac{3}{2}\nu R\frac{\Delta T}{4} + \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$Q = \frac{15}{8}\nu R\Delta T$

С учетом $\nu = 1$ моль:

$Q = \frac{15}{8}R\Delta T$

$Q = 15{,}58\,\Delta T$ (Дж)

Ответ: $\frac{\Delta T}{4}$; $\frac{15}{8}R\Delta T = 15{,}58\,\Delta T$ (Дж).

+

10

№4

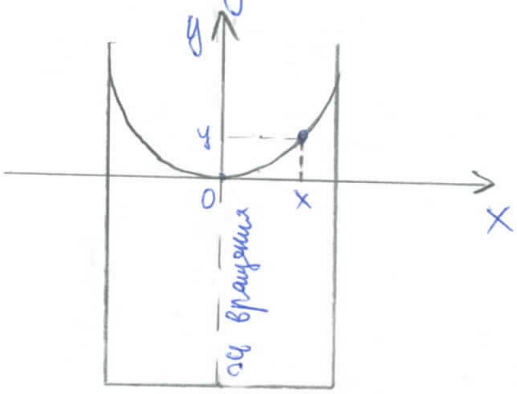
см. на след. стр.

№4 С-11

Дано: T_0 ; $T-?$

Решение:

Из-за вращения поверхность воды в сосуде не будет плоской. Найдем уравнение поверхности воды в ~~СО~~ системе координат, указанной на рис.:



Для любой точки на поверхности верно:

$-m\omega^2 x = -\rho g\, dy\, S$ – второй закон Ньютона в проекции на ось Ox для капельки жидкости, находящейся в точке $(x; y)$

ρ – плотность воды ; $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$

m – масса капельки

S – площадь капельки, на которую давит столб жидкости высотой dy (отн. капельки), находящийся справа.

$m = \rho\, dx\, S$

$\rho\, dx\, S\omega^2 x = \rho g\, dy\, S$

$\omega^2 x\, dx = g\, dy$

Интегрируем

$gy = \omega^2 \frac{x^2}{2} + C$, где C – константа

Т.к. точка $(0; 0)$ принадлежит поверхности, то $C = 0$

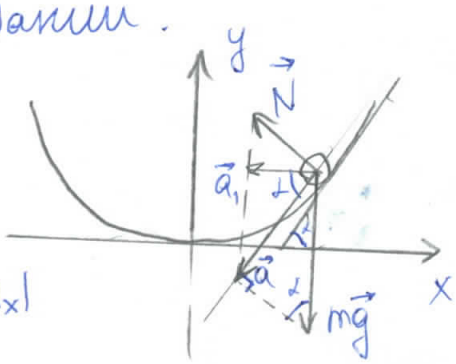
$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$ – парабола. (1)

После заморозки на поверхность, задаваемую таким уравнением, помещают бусинку.

Т.к. трения нет, то вращение сосуда никак не будет влиять на движение бусинки, поэтому сосуд можно считать покоющимся.

№4 (продолжение)

Значит, задачу можно переформулировать так: на поверхность, задаваемую уравнением $y = \frac{\omega^2}{2g}x^2$ (я понимаю, что не совсем корректно так говорить, но движение бусинки происходит в плоскости, и поэтому нас интересует ур-е сечения поверхности этой плоскостью, чем и явл. ур-е $y = \frac{\omega^2}{2g}x^2$), где $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$ положили бусинку. Найти период малых колебаний.



$|\vec{a}_1| = |a_x|$

II закон Ньютона в проекции на касательную к поверхности в точке с бусинкой:

$ma = mg\sin\alpha$

m - масса бусинки

α - как видно из рис., угол, который касательная составляет с осью OX

Т.к. колебания малые, то α мал, и $\sin\alpha \approx tg\,\alpha$,

а $tg\,\alpha = y'(x) = \frac{\omega^2 x}{g}$

$a = \omega^2 x$

Но, как видно из рис., $a_x = -a\cos\alpha \approx -a$, т.к. α мал.

$-a_x = \omega^2 x$

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ - ур-е гармонических колебаний с (круговой) частотой ω.

Значит, период малых колебаний шарика равен

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi T_0}{2\pi} = T_0$

Ответ: T_0.

10 баллов

№2

Дано:
$\frac{v_1}{v_2}$ - ?

Решение:
Пусть $П_A$ - потенциальная энергия шарика в точке А, а $П_0$ - потенциальная энергия шарика в точке О.

З. С. Э. для первого случая:

$$П_A = П_0 + \frac{mv_1^2}{2}$$

З. С. Э. для второго случая:

$$П_A = \frac{mv_2^2}{2}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = П_0 + \frac{mv_1^2}{2}$$

~~По аналогии с шаром будем считать, что~~

~~$П_0 =$~~

Если принять $П_0 = 0$, то

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$v_2 = v_1$$

Ответ: v_1.

№5

Дано:
q
B
p_0
φ
L - ?
S - ?

Решение:

$\vec{F}_{сопр} = -k\vec{v}$

II закон Ньютона в проекции на касат. к траектории:

$ma_\tau = kv$

$-m\frac{dv}{dt} = kv$ (1)

Решая это дифференциальное ур-е, получим

$v = v_0 e^{-\frac{kt}{m}}$

$p = p_0 e^{-\frac{kt}{m}}$? - почему

Путь $L = \int_0^\infty v(t)\,dt$ - путь до остановки

Посчитав, получим

$L = \frac{v_0 m}{k} = \frac{p_0}{k}$ $K = ?$. (1)

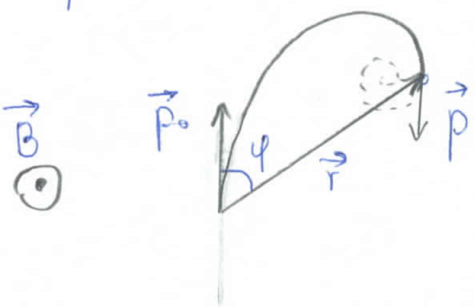
Сила Лоренца: $\vec{F}_{лор} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$

II закон Ньютона в проекции на ось, перп. касат.:

$m\frac{v^2}{R} = qvB$, R - радиус кривизны

$mv = qBR$

$\frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$



$\frac{qB}{m} = \omega$ - конст.

Траектория - закручивающаяся спираль

+2

№ 11.1

1) Снимем зависимость h от F

h будем измерять линейкой

$F = (m_c + n \cdot m_г)g$, где

$m_c = 2$ г - масса скрепки

$m_г = (10,0 \pm 0,5)$ г - масса одной гайки

n - кол-во гаек, которые мы будем вешать на ~~нить~~ цепочку с помощью скрепки (разогнем скрепку; ~~один~~ один ее конец зацепим на середине цепочки, на другой конец будем вешать гайки, так чтобы их центр масс находился под серединой цепочки)

1	2	Σ
5 3	6 12,5	9 17.5

(2)

$n \in [0;9]$

$g = 9,8 \frac{м}{с^2}$

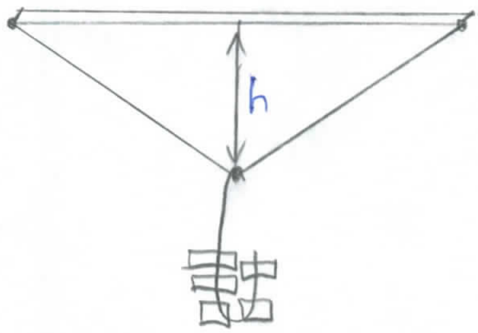
n, шт.	F, 10^{-2} H	h, мм
0	1,96	7,5
1	6,86	17
2	11,76	24
3	16,66	31
4	21,56	37
5	26,46	42,5
6	31,36	48
7	36,26	52
8	41,16	57
9	46,06	61

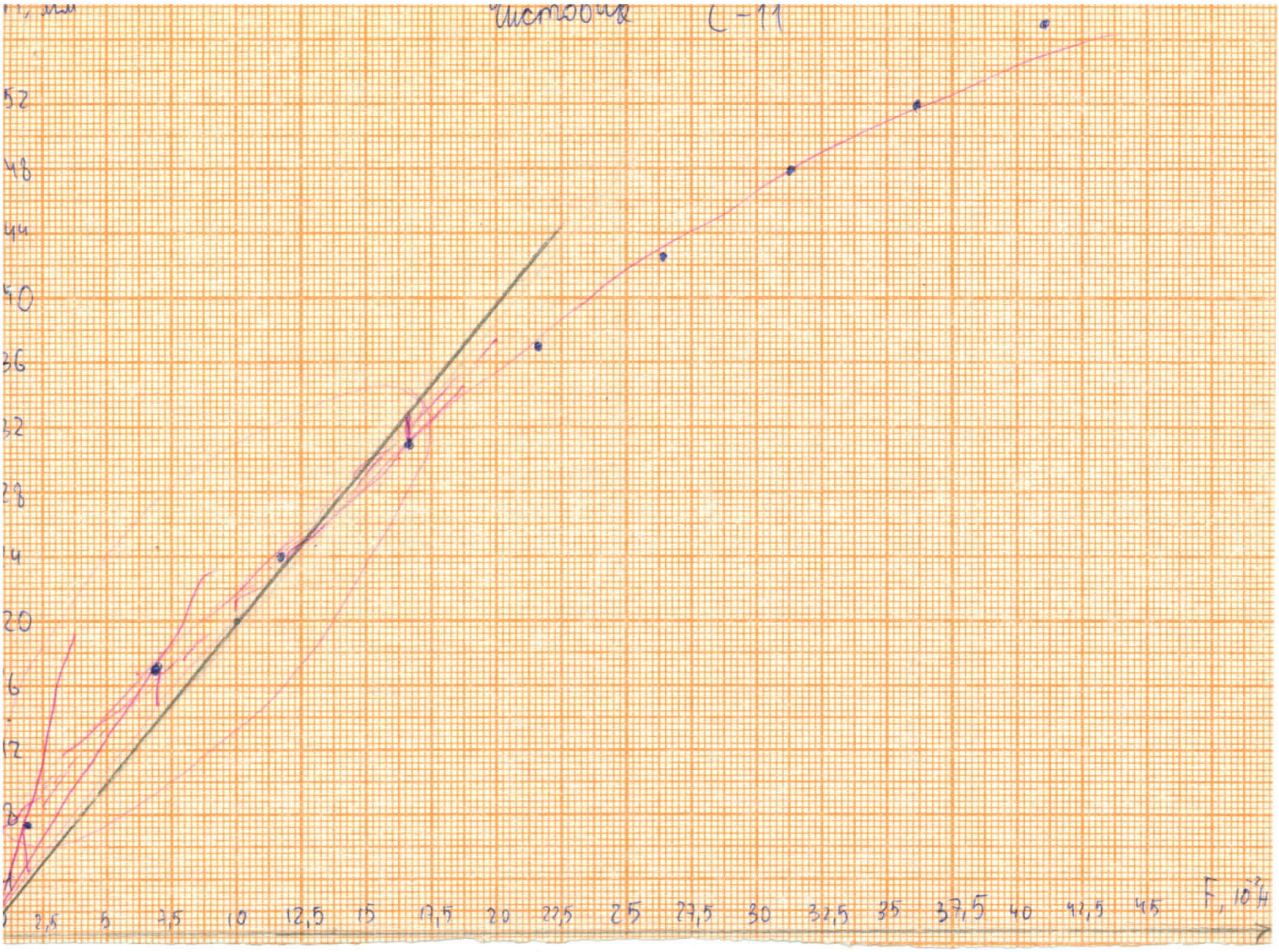
(1)

Планку закрепляем обоими ~~одним~~ концами к столу с помощью канцелярских клипс, так чтобы цепочка оказалась с нижней сторон[ы] планки и не касалась стола.

Середину цепочки находим с помощью линейки.

Очевидно, точка (0;0) принадлежит графику зависимости h(F)

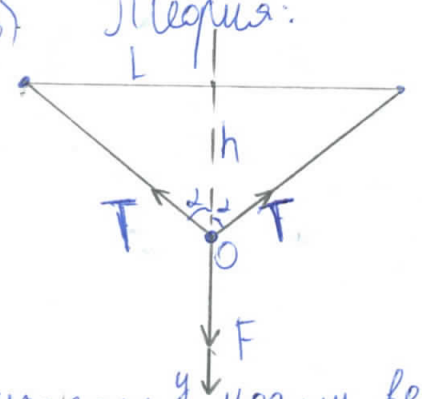



чистовик
С-11
52
48
40
36
20
2,5
5
7,5
10
12,5
15
17,5
20
22,5
25
27,5
30
32,5
35
37,5
40
42,5
45

№ 11.1

2) Строим график $h(F)$ (см. миллиметровку) без последней точки, т.к. она дает наибольшую погрешность.

3) Теория:



(указаны модули векторов)

Условие равновесия точки O:

$F = 2T\cos\alpha$ (3)

T - сила натяжения цепочки

По закону Гука:

$T = k\Delta l$, Δl - изменение длины цепочки

$\Delta l = \frac{2L}{\sin\alpha} - l_0$, l_0 - нач. длина цепочки

$$T = k\left(\frac{2L}{\sin\alpha} - l_0\right) \quad (1)$$

Но $T_0 = k(2L - l_0)$ (2)

Вычтем из (1) (2):

$$T - T_0 = k\left(\frac{2L}{\sin\alpha} - 2L\right)$$

$$T = T_0 + 2kL\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)$$

Подставим в (3):

$$F = 2\cos\alpha\left(T_0 + 2kL\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)\right)$$

$$F = 2T_0\cos\alpha + 4kL(\mathrm{ctg}\,\alpha - \cos\alpha)$$

Но, как видно из рисунка, $\cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+L^2}}$ и $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{h}{L}$?

$$F = \frac{2T_0 h}{\sqrt{h^2+L^2}} + 4kL\left(\frac{h}{L} - \frac{h}{\sqrt{h^2+L^2}}\right) = 2h\left(\frac{T_0}{\sqrt{h^2+L^2}} + 2k - \frac{2kL}{\sqrt{h^2+L^2}}\right)$$

$$F = 2h\left(\frac{T_0 - 2kL}{\sqrt{h^2+L^2}} + 2k\right)$$

При малых $h^2 \ll L^2$ зависимость имеет вид:

$$F = \frac{2T_0}{L}h \longrightarrow h = \frac{L}{2T_0}F$$

T_0.

№ 11.1

Это прямая пропорциональность с ~~угл~~ тангенсом угла наклона $\frac{L}{2T_0}$.

Измерим L с помощью линейки:

$L = (150,0 \pm 0,5)$ мм

~~В принципе все наши точки на графике (не считая (0;0)) удовлетворяют условию $h^2 \ll L^2$.~~

~~Действительно для последней точки $h = 57$ мм, а $L = 1$~~

В принципе, первые 4 точки на графике (не считая (0;0)) удовлетворяют условию $h^2 \ll L^2$.

Действительно, для 4-ой точки $h = 31$ мм, а $L = 150$ мм

$\frac{h^2}{L^2} \approx 0,043 = 4,3\% < 5\%$ – ошибка менее 5%.

Посчитаем тангенс угла наклона „наилучшей" прямой, примерно проходящей через эти точки по методу наименьших квадратов:

$tg\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{4} F_i h_i}{\sum_{i=1}^{4} F_i^2}$ $(F_i; h_i)$ – i-тая точка (не считая (0;0)) на графике, $h(F)$.

$tg\varphi$ – тангенс угла наклона прямой.

$tg\varphi \approx 2 \frac{мм}{10^{-2} H} = 200 \frac{мм}{H}$

На графике показана такая прямая.

$\Delta(tg\varphi) = \sqrt{\frac{\sum(h_i - tg\varphi F_i)^2}{2\sum F_i^2}}$

Но $tg\varphi = \frac{L}{2T_0}$

$T_0 = \frac{L}{2 tg\varphi}$

$T_0 = 0,375$ H

$\Delta(tg\varphi) = 0,261 \frac{мм}{10^{-2} H}$

$\varepsilon_{tg\varphi} = 13,1\%$

$\varepsilon_{T_0} = 13,1\%$; $\Delta T_0 = 0,049$

№11.1

По закону Гука:

$T_0 = k(2L - l_0)$

l_0 – нач. длина цепочки

Сняв цепочку с планки, измерим l_0:

$l_0 = (250 \pm 1)$ мм

$k = \dfrac{T_0}{2L - l_0}$

$k = 7{,}50 \frac{Н}{м}$

$\varepsilon_k = 13{,}1\%$

Погрешности Δl_0 и ΔL несоизмеримо мала по сравнению с ΔT_0 (и $\Delta(tg\varphi)$)

$\Delta k = 0{,}98 \frac{Н}{м}$

Ответ: $k = (7{,}50 \pm 0{,}98) \frac{Н}{м}$, $\varepsilon_k = 13{,}1\%$

$T_0 = (375 \pm 49)$ мН, $\varepsilon_{T_0} = 13{,}1\%$

С-11

~~вы × 12 ЧК~~ 12 зо

№ 11.2

1) Измерим напряжение на батарейке U_0

$U_0 = (146,0 \pm 0,3)$ мВ

2). Подключим конденсатор емкости C_0 к батарейке ~~На нем~~ Его заряд q_0 станет:

$q_0 = U_0 C_0$

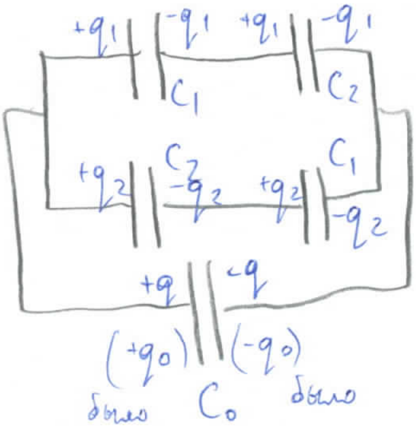
$q_0 = 146,0$ мкКл

3) Разрядим конденсаторы в „сером ящике", (1) замкнув его выходы проводом от мультиметра

4) Подключим конденсатор емкости C_0 к „серому ящику" с помощью проводов от мультиметра

В ~~первый момент~~ самом начале быстро перезарядятся конденсаторы в „сером ящике" так, как будто ~~вместо~~ на месте резистора R ничего нет, т.к. время перезарядки через этот резистор, определяющееся произведением RC будет много больше времени перезарядки через провода ($R_{проводов} = 0$)

Получится схема (для начального момента)



~~Но это паралле~~

II правило Кирхгофа:
(для „больших контуров")

$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_1}{C_2} - \frac{q}{C_0} = 0 \rightarrow q_1 = \frac{q}{C_0} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$\frac{q_2}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q}{C_0} = 0 \rightarrow q_2 = \frac{q}{C_0} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$\Rightarrow q_1 = q_2$

Закон сохранения заряда:

$q_0 = q + q_1 + q_2$

Подставим q_1 и q_2: № 11.2 С-11

$$q_0 = q + 2\frac{q}{C_0}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{(q_0-q)C_0}{2q}$$

Величину q находим как $q = UC_0$, где U - напряжение, которое снимаем с конденсатора ёмкости C_0 после кратковременного его подключения к „серому ящику". Имеем:

$U = 55,9$ мВ $\pm 0,3$ мВ (!)

$q = 55,9$ мкКл

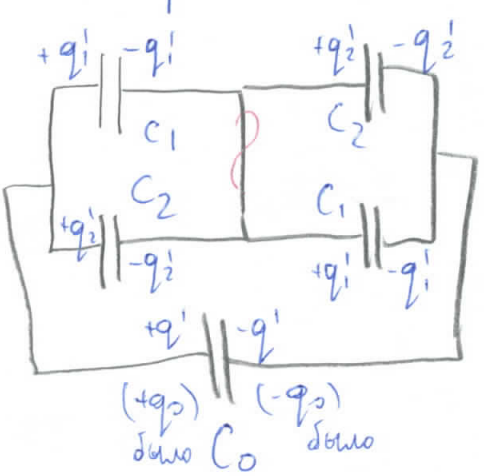
$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = 0,806 \text{ мФ}$$

5) Проделываем пункты 2 и 3

6) Проделываем пункт 4

Через достаточно большое время произойдет полная перезарядка конденсаторов и резистор можно заменить проводком

Схема будет такая (заряды расставлены по принципу симметрии):



II правило Кирхгофа для „больших" контуров, содержащих „конденсаторы одинаковой ёмкости:

$$\frac{q_1'}{C_1} + \frac{q_1'}{C_1} = \frac{q'}{C_0} \rightarrow q_1' = \frac{q'C_1}{2C_0}$$

$$\frac{q_2'}{C_2} + \frac{q_2'}{C_2} = \frac{q'}{C_0} \rightarrow q_2' = \frac{q'C_2}{2C_0}$$

Закон сохранения заряда:

$$q_0 = q' + q_1' + q_2'$$

Подставим q_1' и q_2':

$$q_0 = q' + \frac{q'C_1}{2C_0} + \frac{q'C_2}{2C_0}$$

$$C_1 + C_2 = \frac{2C_0(q_0 - q')}{q'}$$

Величину q' находим как $q' = U'C_0$, где U' - напряжение, которое снимаем с конденсатора ёмкости C_0 после долговременного подключения к „серому ящику". Имеем: (я брал время 5 мин)

$U' = 49,2$ мВ $\pm 0,3$ мВ

$q' = 49,2$ мкКл

$C_1 + C_2 = 3,935$ мФ $\rightarrow$ $C_2 = 3,935 - C_1$

Но $\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = 0,806$ мФ, значит

$C_1C_2 = 3,172$ (мФ)^2

Подставим C_2

$C_1(3,935 - C_1) = 3,172$

$-C_1^2 + 3,935C_1 = 3,172$

$C_1^2 - 3,935C_1 + 3,172 = 0$

$D = 3,935^2 - 4 \cdot 3,172$

$C_1 = \frac{3,935 \pm \sqrt{D}}{2}$

Итого:

$C_1 = 1,13$ мФ $\pm 0,23$ мФ

$C_2 = 2,80$ мФ $\pm 0,56$ мФ

Основная погрешность из-за большой погрешности C_0 (поэтому я только её и учитывал).

Ответ: $C_1 = (1,13 \pm 0,23)$ мФ

$\varepsilon_{C_1} = 20\%$

$C_2 = (2,80 \pm 0,56)$ мФ

$\varepsilon_{C_2} = 20\%$

Плюс и минус оба подходят т.к. C_1 и C_2 взаимозаменяемы. Одно решение - C_1, другое - C_2

Возьмем для C_1 минус:

$C_1 = 1,13$ мФ

Для C_2 плюс (ну или $C_2 = 3,935 - C_1$):

$C_2 = 2,80$ мФ